СИСТЕМЫ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ НА БЕСКОНЕЧНОМЕРНОМ ЕДИНИЧНОМ СИМПЛЕКСЕ

Кузенков О.А., Капитанов Д.В.

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, ф-т ВМК, Россия, 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина 23, корп. 2, ауд. 207, Тел.:(8312)465-76-03, E-mail:ocherk@list.ru

В работе рассматриваются системы разностных уравнений вида

$$\Delta x_i = F_i(x)\Delta t;\ i = \overline{1,\infty}; \quad (1)$$

при выполнении условий

$$x_i \geq 0,\ \sum_{i=1}^{\infty} x_i = 1,\ i = \overline{1,\infty}. \quad (2)$$

Здесь x — последовательность $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$, а Δx_i — правая конечная разность: $\Delta x_i = x_i(t_0 + (k+1)\Delta t) - x_i(t_0 + k\Delta t)$. Фазовым пространством систем вида (1) является бесконечномерный единичный симплекс, определяемый фазовыми ограничениями (2).

Исследована проблема представления такого вида систем.

Теорема 1 *(о представлении). Любую систему (1) на симплексе (2) можно представить в виде:*

$$\Delta x_i = (\Phi_i(x) - x_i \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_j(x))\Delta t,\ i = \overline{1,\infty}; \quad (3)$$

где функции $\Phi_i(x)$ - положительно однородные и неотрицательные.

Определение. *Систему (1),(2) будем называть системой отбора, если найдется такой номер i, что независимо от начальных условий $x_i(0) \neq 0$, выполняются условия:*

$$x_i(t_0 + n\Delta t) \underset{n\to\infty}{\to} 1;\ x_j(t_0 + n\Delta t) \underset{n\to\infty}{\to} 0;\ i \neq j.$$

Теорема 2. *Для того, чтобы система (1) при условии (2) являлась системой отбора, достаточно, чтобы выполнялось неравенство:*

$$F_1(x) > \varepsilon(k),\ \varepsilon(k) \underset{k\to\infty}{\to} 0,\ \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon(k) = +\infty;$$

на симплексе S_∞, за исключением, быть может, точек, удовлетворяющих условиям $x_1 = 0$ или $x_1 = 1$.

Теорема 3. *Для того, чтобы система (3) при условии (2) являлась системой отбора, достаточно, чтобы на симплексе (2) выполнялось неравенство:*

$$\frac{\Phi_1(x)}{x_1} > \frac{\Phi_i(x)}{x_i} + \varepsilon(k);\ i = \overline{2,\infty},\ \varepsilon(k) \underset{k\to\infty}{\to} 0,\ \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon(k) = +\infty;\ x_j \neq 0,\ j = \overline{1,\infty}.$$