ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ НЕНУЛЕВЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

О.А.Чихачева

Рязанский государственный университет им. С. А. Есенина,
Физико-математический ф-т, каф. Математического анализа,
Россия, 390000, г. Рязань, ул. Свободы, д. 46, к. 70
Тел.: (4912)28-05-88
E-mail: m.terehin@rsu.edu.ru

Рассмотрим нелинейную систему, содержащую $s+t$ уравнений

$$F_d(\zeta)+o\left(\|\zeta\|^d\right)=0, \qquad (1)$$

где $F_d(\zeta)$ - вектор-форма порядка d по ζ, $\zeta=(\nu,\varepsilon)$.

В систему (1) введём замену $\zeta=\rho e$, $\rho>0-$произвольное число, $\|e\|\le\Omega,\Omega>1-$ произвольное число и разделим на ρ^d. Обозначим $O(\rho)=\dfrac{o(\|\zeta\|^d)}{\rho^d}$. Пусть $\|e\|=1$.Заметим, что $O(\rho)$ и стремится к нулю при ρ, стремящемся к нулю. Следовательно, система (1) равносильна системе

$$F_d(e)+O(\rho)=0. \qquad (2)$$

Теорема 1. Если $F_d(e_0)\ne o$, то в любой окрестности точки e_0 существует множество, в котором система (2) не имеет решений.

Пусть существует точка e_0, $\|e_0\|=1$, $F_2(e_0)=o$. Разлагая вектор-функцию $F_d(e)$ в ряд Тейлора получим

$$DF_d v+\sum_{i=2}^{m}P_i(e_0,v)+O(\rho)=0, \qquad (3)$$

где $DF_d(e_0)-$ матрица Якоби в точке e=e_0 ,P_i-форма порядка d относительно e-e_0 . Пусть e-e_0 =v .

С помощью теоремы Боля-Брауэра о неподвижной точке можно убедиться в справедливости следующей теоремы.

Теорема 2. Если $rang\,DF_d(e_0)$=n, то система (3) имеет хотя бы одно ненулевое решение.