СРЕДНИЕ РИССА В МНОГОМЕРНОЙ ПРОБЛЕМЕ ДЕЛИТЕЛЕЙ

Колпакова О.В.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Россия, 125581, г. Москва, ул. Фестивальная д.22, корп.6, кв.763,
Тел. 8-916-153-40-80, E-mail: olja_k@list.ru

Проблемой делителей называют задачу об исследовании асимптотического поведения среднего значения функции делителей Дирихле [1], распространенных на множества натуральных чисел, имеющих различную природу. Нами рассматривается аспект многомерной проблемы делителей, связанный с нахождением средних значений специального типа для функции делителей. А именно, средние Рисса порядка α для арифметических функций, которые при каждом фиксированном значении α для последовательности $f(n)$ при $x \to \infty$ определяются по формуле

$$\Phi(x) = \Phi(x, f, \alpha) = \sum_{n \le x} f(n)\left(1 - \frac{n}{x}\right)^{\alpha}.$$

В докладе получена асимптотическая формула для средних Рисса от многомерной функции делителей $\tau_k(n)$ при произвольном положительном значении α.

Теорема. Пусть $\alpha > 0$ – произвольное вещественное число. Тогда имеет место асимптотическая формула

$$D_k(n) = \sum_{n \le x} \tau_k(n)\left(1 - \frac{n}{x}\right)^{\alpha} = A(x,\alpha) + \Delta(x,\alpha),$$

где $A(x,\alpha) = xH_{k-1}(\ln x)$, причем $H_{k-1}(y)$ - многочлен с вещественными коэффициентами степени $k-1$ от аргумента $y = \ln x$ такой, что $H_{k-1}(y,0) = P_{k-1}(y)$, $\Delta_k(x,\alpha) \ll_{\varepsilon} x^{\kappa(k,\alpha)+\varepsilon}$, где $\varepsilon > 0$ - сколь угодно малое и величина $\kappa(x,\alpha)$ удовлетворяет условию $\kappa(x,\alpha) \le f(k,\alpha) = \left(1 - \dfrac{d}{ak_2}\right)^{\frac{2}{3}}$, где $d = \dfrac{2+3\alpha}{3}$, $k_2 = k - 2k_1$, $k_1 = 79.95.$

Доказательство данной теоремы проводится с использованием обобщения формулы Перрона [2], а также используя методы и результаты [3], [4].

Литература.

1. *Титчмарш Е.К.* Теория дзета-функции Римана, М.:ИЛ,1953.
2. *Колпакова О.В.* Об одном аналоге формулы Перрона//Вестн. Моск. ун-та, Сер. 1, Матем. Мех. №1, 2003, стр. 23-25.
3. *Колпакова О. В.* Новая оценка абсциссы Карлсона, Чебышевский сборник, том VII, выпуск 1 (17), 2006, стр. 232-239.
4. *Колпакова О.В.* Об оценках абсциссы Карлсона для нецелых показателей степени осреднения //Вестн. Моск. ун-та, Сер. 1, Матем. Мех. №6, 2006, стр. 45-48.