

ГУМАНИТАРНЫЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

Посицельская Л.Н.

(Москва)

Рассматриваются цели обзорного курса математики в вузе, его роль в формировании научного мировоззрения. Отмечается важность анализа междисциплинарных связей математики с другими науками. Предлагается единый подход к разработке программ обзорных курсов математики для различных специальностей. В качестве примера приведена программа по математике для специальности "издательское дело и редактирование", разработанная на базе данной методики.

HUMANITARIAN ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS IN HIGHER SCHOOL

Positselskaya L.N.

(Moscow)

There are considered goals of survey course on mathematics in higher school, its role in building up the scientific world outlook. It is pointed out the importance of analyzing of interdisciplinary connections of mathematics with other branches of knowledge. There is proposed general approach to programs of survey courses on mathematics for different specialities. As an example there is presented a program of mathematical course for speciality "publishing and editing" worked up in Moscow State Humanitarian Institute on the base of this methodology.

1. Введение

Включение математики в учебные планы всех (в том числе гуманитарных) факультетов вузов ставит на повестку дня вопрос о целях, задачах, программах и методах математического всеобуча. Сформулируем цели обучения математике:

1. Приобретение навыков использования математики в реальной жизни и профессиональной деятельности.

2. Развитие логического мышления.

3. Формирование цельного научного мировоззрения, включающего математику как неотъемлемую часть культуры.

При разработке учебных программ по математике первая цель, как правило, ставится, вторая декларируется, а третья не рассматривается. Обзорный математический курс, формирующий целостное представление о математике, ее месте в современном мире и взаимосвязях с другими науками, был бы полезен студентам всех специальностей, в том числе математических [1].

Такой курс мог бы включать:

1. Обзор наиболее значительных достижений математической мысли (многие из них, такие как теория Галуа, неевклидовы геометрии, теоремы Геделя, выпадают из стандартных программ по математике).

2. Обсуждение истории развития математики в контексте истории развития общества.

3. Рассмотрение связей между различными математическими теориями.

4. Анализ взаимосвязей математики с другими науками, в том числе гуманитарными.

2. Содержание обзорного курса математики

В обзорном курсе математики можно выделить 3 основные части:

1. Изучение языка математики.

2. Знакомство с основными математическими идеями и методами.

3. Обсуждение места математики в современном мире.

Изучение математики начинается с изучения языка математики. Специфика этого языка состоит в том, что слова, заимствованные из естественного языка и ставшие терминами, используются в математических текстах как в качестве терминов, так и в качестве слов естественного языка. Это обстоятельство осложняет процесс усвоения новых терминов и обозначаемых ими понятий. Изучение языка математики предполагает знакомство не только с терминами, терминологическими выражениями и

обозначаемыми ими понятиями, но и с различными видами математических утверждений и доказательств. Разговор о том, что такое математические доказательства и зачем они нужны, особенно важен в вузе потому, что доказательства практически исчезли из школьной математики при сокращении школьного курса геометрии.

Вторая часть курса знакомит с наиболее значительными математическими идеями и методами в их историческом развитии. Содержание этой части зависит от того, какие математические дисциплины входят в учебный план по данной специальности. Так, например, в обзорном курсе для студентов-математиков нет смысла рассказывать о методах математического анализа, но можно и нужно рассказывать о нестандартном анализе, о предвосхитивших его идеях Лейбница, напоминающих о себе всем известными обозначениями производной и дифференциала.

Третья часть, по нашему замыслу, посвящена обсуждению взаимодействий математики с другими науками. Выделим три основных типа:

1. Тесное взаимодействие, взаимопроникновение. Таковы взаимоотношения с астрономией и механикой со времен Ньютона, с современной теоретической физикой и информатикой. Математика находит в этих науках прообразы понятий и аксиом, а также задачи, предоставляя им свой язык и методы [2].

2. Сотрудничество на основе математического моделирования. В этом случае математические методы применяются не к самому объекту исследования, а к его модели или нескольким моделям, отражающим отдельные стороны или свойства объекта. Таковы взаимодействия математики с биологией [3], химией, экономикой.

3. Взаимодействие на уровне обмена идеями, принципами, прогнозами. Таковы в настоящее время отношения математики с гуманитарными науками.

В качестве примера можно проследить влияние социологических концепций на развитие теории игр и исследования операций [4]. В период холодной войны по обе стороны от железного занавеса активно разрабатывались антагонистические игры. Централизованное управление экономикой послужило сти-

мулом к развитию методов глобальной оптимизации. Под влиянием идей либеральной экономики развиваются теория аукционов, опционы, теория голосования, кооперативные игры.

Другим примером взаимоотношений математики с гуманитарными науками могут служить взаимосвязи математической логики (в части оснований математики) и философии (теории познания). Задачи о полноте, истинности, непротиворечивости, решаемые в этом разделе математики, по своему смыслу близки проблемам, рассматриваемым (другими средствами, разумеется) в теории познания. Естественно, что теоремы Геделя о неполноте и непротиворечивости, имеют различные нематематические интерпретации [5]. Среди них встречаются негативные ("математика не всегда может доказать интуитивно ясные утверждения") и позитивные ("чтобы установить непротиворечивость теории, нужно путем дальнейших исследований выйти за ее рамки, следовательно, процесс познания бесконечен").

Выражаю благодарность М.А. Посицельской, познакомившей меня с замечательной книгой Розы Петер [6], за постоянную помощь в работе. Хотелось бы, чтобы книга талантливого математика и популяризатора Р. Петер, написанная для гуманитариев и ставшая библиографической редкостью, привлекла внимание издателей.

Литература.

1. Шикин Е. В. О математических курсах для сугубых гуманитариев. — М.: МЦНМО, 2000. 16 с.
2. Белавин А.А., Кулаков А.Г. Лекции по теоретической физике. — М.: МЦНМО, 1999. 182 с.
3. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. — Москва-Ижевск: РХД, 2002. 231 с.
4. Посицельская Л. Н., Злобина С.В. Методологические аспекты курса "Теория игр и исследование операций"// Математика. Компьютер. Образование. Сборник научных трудов. Вып. 8. Часть 1. — Москва, 2001. с. 22-26.
5. Жолков С.Ю. Математика и информатика для гуманитариев. — М.: Гардарики. 2002.
6. Петер Р. Игра с бесконечностью. — М.: Молодая гвардия,

1961. 368 с.

Приложение.

Рабочая учебная программа по дисциплине «Математика для специальности "издательское дело и редактирование"»

Введение. Немного истории. От простого к сложному. В сотрудничестве с естествознанием. Великие задачи прошлого.

РАЗДЕЛ 1. ЯЗЫК МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ.

Тема 1.1 Структура математической теории.

Лекция 1. Математические предложения. Определение. Аксиома. Теорема. Прямая, обратная и противоположная теорема. Необходимое и достаточное условие. Аксиоматический подход. Геометрия Евклида как исторический пример математической теории.

ПЗ¹ 1. Зачем нужны математические доказательства? Примеры "правдоподобных" рассуждений, приводящих к ложным результатам. Математическая индукция.

Лекция 2. Элементы математической логики. Логические символы. Операции. Предикаты. Высказывания.

Тема 1.2. Фундаментальные понятия.

Лекция 3. Числа: от натуральных к действительным. Развитие понятия числа. Натуральные числа. Системы счисления. Двоичная система счисления и ее применение. Целые числа и их свойства. Рациональные числа, их геометрическое представление. Пифагорейцы. Несоизмеримость. Геометрическая алгебра. Иррациональные числа.

Лекция 4. Действительные числа. Числовая прямая.

ПЗ 2. Свойства числовых множеств. Системы счисления.

Лекция 5. Множества. Отображения. Множества и операции над ними. Числовые множества. Парадоксы теории множеств. Отображения. Конечные и бесконечные множества. Функции. Графики функций.

ПЗ 3. Отображения и функции. Графики функций.

Лекция 6. Векторы и операции над ними. Комплексные числа.

ПЗ 4. Векторы и комплексные числа.

¹ ПЗ – практическое занятие.

Лекция 7. Матрицы и определители. Матрицы и операции над ними. Определитель. Свойства, вычисление.

ПЗ 5. Операции над матрицами. Определители.

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ ИДЕИ И МЕТОДЫ.

Тема 1.2. Методы математического анализа.

Лекция 8. Производная, ее геометрический и физический смысл. Производная и касание. Производная и скорость. Линеаризация и аппроксимация.

ПЗ 6. Производная. Приложения к геометрии и физике.

Лекция 9. Исследование функций с помощью производной. Приложения производной к исследованию функций. Глобальные и локальные свойства функций. Экстремальные задачи. Построение графиков функций.

ПЗ 7. Исследование функций. Нахождение наибольших и наименьших значений.

Лекция 10. Последовательности и ряды. Предел последовательности и сумма ряда. Феномен бесконечного.

ПЗ 8. Исследование последовательностей и числовых рядов на сходимость.

Лекция 11. Степенные ряды и элементарные функции. Степенные ряды. Область сходимости. Свойства суммы степенного ряда. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

ПЗ 9. Степенные ряды и их приложения.

Лекция 12. Неопределенный и определенный интеграл. Геометрические и физические задачи, приводящие к интегралу. Неопределенный и определенный интеграл. Связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона-Лейбница.

ПЗ 10. Методы интегрирования. Приложения определенного интеграла.

Тема 2.2. Алгебраические структуры.

Лекция 13. Алгебраические операции и структуры. Группы, кольца, поля. Бинарные отношения, эквивалентность.

ПЗ 11. Примеры алгебраических структур. Группа перестановок, кольцо многочленов, числовые поля.

Тема 2.3. Разные геометрии.

Лекция 14. Метод координат. Аналитическая геометрия.

Координатная плоскость. Точки и прямые на плоскости. Координатное пространство Евклида. Точки, прямые и плоскости в пространстве. Конические сечения.

ПЗ 12. Аналитическая геометрия. Геометрия точек, прямых и плоскостей в Евклидовом пространстве. Применение определителей.

Лекция 15. Неевклидовы геометрии и естествознание.

Лекция 16. Элементы топологии. Графы. Деформации эластичных тел. Узлы. Выпуклые многогранники. Деревья и циклы. Эйлеровы графы. Гамильтоновы линии. Планарность. Раскраски.

ПЗ 13. Классические задачи на графах. Задача о кенигсбергских мостах. Задачи о назначениях.

Тема 2.4. Стохастические методы.

Лекция 17. Случайные события. Вероятность. Математическая трактовка случайного. Комбинаторика.

ПЗ 14. Комбинаторика и вероятность.

Лекция 18. Случайные величины. Случайные величины и законы распределения. Законы больших чисел.

ПЗ 15. Случайные величины и их числовые характеристики.

Лекция 19. Элементы математической статистики. Статистика больших и малых выборок. Проверка гипотез. Функциональная зависимость — регрессия-корреляция.

ПЗ 16. Статистическое исследование зависимостей.

РАЗДЕЛ 3. МЕСТО МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ

Тема 3.1. Математическое моделирование и его задачи.

Лекция 20. Математические модели в естествознании.

Лекция 21. Математические методы в экономике. Методы оптимизации. Игровые модели.

ПЗ 17. Линейное программирование и матричные игры.

Тема 3.2. Математика в эпоху компьютеризации.

Лекция 22. Математические основы компьютеризации. Алгоритмы и автоматы. Компьютерные вычисления. Кодирование.

Лекция 22. Применение компьютеров в математике.

ПЗ 18. Численные методы алгебры и анализа.

Тема 3.3. Связи математики с гуманитарными науками.

Лекция 23. Основания математики и теория познания. Теория доказательств. Теоремы Геделя. Неразрешимые задачи и задачи, неразрешимые определенными средствами.

Лекция 24. Математическая теория принятия решений. Связь с социологией.

Семинар 1. Математика в лицах. Рассказы о великих математиках и их идеях. Диофант и диофантовы уравнения. Рене Декарт и алгебраизация геометрии. Хенрик Абель. Эварист Галуа. Решение алгебраических уравнений произвольной степени.

Семинар 2. Философские течения в математике. Различные взгляды на основания математики. Логицизм. Интуиционизм. Конструктивизм.