# КОНКУРСНЫЕ ЭКЗАМЕНЫ ПО МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЫ С КОНЦА XIX И ДО НАЧАЛА XXI ВЕКА

**Лужина Л.М., Натяганов В.Л.**

(Москва)

Проведен краткий сравнительный анализ задач конкурсных экзаменов по математике в российские вузы на рубеже XIX-XX и XX-XXI столетий. Показано, что образовательный уровень страны (в разное время и в разной степени) формировался как политикой государства, так и требованиями вузов.

# COMPETETIVE MATHEMATICAL EXAMINATIONS FOR INSTITUTES OF HIGHER EDUCATION FROM THE END OF XIX AND TO THE BEGINNING OF XXI CENTURIES

**Luzhina L.M., Natyaganov V.L.**

(Moscow)

There was adduced a brief comparative analysis of problems of competitive mathematical examinations for Russian institutes of higher education at points of XIX-XX and XX-XXI centuries. It was revealed that educational level of country (in different time and to variable degree) developed both with help of government politics and requirements of higher education institutes.

Закончился двадцатый век, в течение которого человечество сделало огромный шаг в области научно-технического развития. Инженеров и ученых стало во много раз больше, чем в начале века, сложнее стали решаемые ими задачи. Увеличилось число вузов, которые занимаются подготовкой специалистов в разных областях науки и техники. В связи с этим очень хочется верить, что и уровень подготовки наших школьников по математике, и уровень требований, предъявляемых им на конкурсных экзаменах в технических вузах и на естественных и физико-математических факультетах университетов, хотя бы возрос. И, может быть, правы те, кто серьезно предлагает к обсуждению вопрос о том, не слишком ли много математических знаний получают сейчас наши школьники? И не надо ли их сократить?

Но возникают сомнения. В первую очередь, они связаны с тем, что все больше учителей и ученых признают, что за последние полвека школьные учебники по математике вряд ли были улучшены. Уже давно звучит мнение, что если абитуриент решает варианты 65-68 гг. в лучшие вузы, то он хорошо подготовлен и к нынешним экзаменам. В программу по математике для средних школ, утвержденную в 1922 г. [1], входили и комплексные числа, и производная, и интеграл. Конечно, тогда речь не шла о мгновенном осуществлении этой программы, но такая задача ставилась и с течением времени в той или иной степени была решена.

Уровень требований и качество преподавания математики в школе стал падать с середины 70-х годов. Хотя высокий методический уровень вузовских пособий для абитуриентов продержался почти до распада СССР.

Безусловное мировое лидерство Советского Союза в организации широкого и качественного математического образования в 50-60-е годы было заложено еще в 30-х годах тремя постановлениями ЦК ВКП(б) о развитии школы и высшего образования, где в качестве одной из основных задач школы ставилась подготовка молодежи к поступлению в технические вузы, которые, в свою очередь, были призваны обеспечить программу индустриализации страны быстрой, качественной и масштабной подготовкой специалистов разных профилей. Эта установка фактически работала вплоть до начала освоения космического пространства и создания ракетно-ядерного щита, когда в США на государственном уровне поставили задачу: догнать и перегнать СССР в качестве математического образования. Осознав невозможность решения этой задачи «в лоб», США «приложили руку» к развалу СССР, а заодно и математического образования в новой России, обеспечив себе на «демократических» началах одностороннюю «утечку мозгов» (и не только математических) в США.

А что же было еще раньше? Какие требования предъявляли технические вузы абитуриентам в дореволюционной России, т.е. в России более ста лет назад?

К сожалению, учебники и сборники задач того времени являются библиографической редкостью. А те счастливчики, у которых они есть, этого не замечают. Поэтому авторы решили поделиться некоторым знанием в этой области со всеми преподавателями.

Вот, например, какие тригонометрические задачи входили в конкурсные экзамены по математике в Петербургские и Московские институты (Технологический, Лесной, Горный, Гражданских инженеров, Путей Сообщения и др.).

1) Вычислить $\sin 78^\circ$.

С помощью простого равенства $\sin 78^\circ = \sin(60^\circ + 18^\circ)$ решение задачи сводится к нахождению $\sin 18^\circ$ и $\cos 18^\circ$, т.е. предполагается знание, что эти величины можно выразить в радикалах, и умение это сделать. Часто мы встречаем абитуриентов, которые об этом слышали?

В общий список задач по тригонометрии входят, например, следующие:

2) $\dfrac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2\cos^2 x + \cos x - 1} = 0,$

3) $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x),$

4) $\sin 9x + \sqrt{3}\cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3}\cos 9x$ (метод дополнительного аргумента!),

5) $\sin 5x \cos 3x = \sin 6x \cos 2x + \sin 2x,$

6) $3\, tg\, x = tg\, 2x + tg\, 3x,$

7) Найти $\cos(arctg\, x + arcctg\, x),$

$\sin(\arccos x)\cos(\arcsin x) + tg^2(arcseq\sqrt{x})\,(\sec^2(arctg\sqrt{x})),$

8) Доказать тождество

$$arctg\frac{1}{3} + arctg\frac{1}{5} + arctg\frac{1}{7} + arctg\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}.$$

Приведенные задачи показывают, что от абитуриентов требовалось хорошее понимание поведения тригонометрических и обратных тригонометрических функций и высокий уровень вычислительной техники. В сборники для поступающих в институты входят и задачи с параметрами, например:

9) $tg\, a\, tg\, x = tg^2(a + x) - tg^2(a - x).$

10) $\cos mx - \sin nx = p(\cos nx - \sin mx).$

11) Найти сумму:

$\cos a + \cos(a + r) + \cos(a + 2r) + \ldots + \cos(a + (n - 1)r).$

12) Решить систему

$$\begin{cases} \sin x + \sin y + \sin z = a, \\ \cos 2x + \cos 2y + \cos 2z = b, \\ \sin 3x + \sin 3y + \sin 3z = 3\left(1 - a - a^2 + ab - \dfrac{b}{2}\right) + 2a^3. \end{cases}$$

Более того, задачи с параметрами занимают очень большое место. Например, в [2-4] такие задачи составляют до 50-80% в различных разделах. Заметим, что большинство этих задач даже без каких-либо изменений входят во многие современные сборники без сяких ссылок на первоисточники.

Геометрическая часть приводит в еще более удрученное состояние. Например, более полного списка соотношений для углов треугольника авторы не встречали ни в одном учебнике (27 задач в [2] и 45 задач в [3]). На решение косоугольных треугольников в [3] приводится более 700 задач в общей постановке.

В них предлагается решить косоугольный треугольник, например, по (в стандартных обозначениях):
1) $a + b = m, c, C;$ 2) $h_a - h_b = d, A, B;$ 3) $a - 3b + 3c = m, A, B;$
4) $S, r, A;$ 5) $r_a, r_b, r_c$; 6) $r_a, A, B.$

Часто ли нам приходится встречать школьников 11-х классов, которые не только могут решить треугольник по трем радиусам вневписанных окружностей, а хотя бы слышали, что это такое?

Задачи по планиметрии и стереометрии, в основном, даются в общей постановке и лишь потом предлагается подставить какие-то конкретные значения. Приведем две задачи, которые, как нам кажется, впечатляют с первого взгляда:

1) Доказать, что во всяком треугольнике

$$\frac{a}{2}\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} + \frac{b}{2}\sqrt{R^2 - \frac{b^2}{4}} + \frac{c}{2}\sqrt{R^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{abc}{4R}.$$

2) Доказать, что отношение объема шара к объему описанного около него прямого конуса равно непрерывной дроби $\dfrac{1}{3 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \sin 30^\circ}}}$. Найти угол, составленный производящей (т.е. образующей) конуса с плоскостью основания.

Осталось с грустью воскликнуть, как часто встречали мы...

Интересна идея [6] о возращении задачам имен авторов. На наш взгляд это крайне полезно. Школьнику, а тем более абитуриенту, определившемуся в своем интересе к математике, любопытно будет узнать, что предложенная ему задача была поставлена или решена крупным ученым прошлого. Полезно также указание на то, в каком году и на каком факультете предлагалась решаемая задача или ее легко узнаваемый аналог. Успешное завершение работы над задачами в этом случае приводит к повышению самоуважения абитуриента и служит стимулом для дальнейшей работы.

Приведем некоторые примеры.

Задачи Лейбница. *Доказать, что при любом натуральном* $m$:

*1)* $(m^5 - m)$ *делится на 5; 2)* $(m^7 - m)$ *делится на 7.*

Задача Ферма (из письма Робервалю). *Доказать, что при любом натуральном n:*

$$5(1^4 + 2^4 + 3^4+\ldots+n^4) = (4n+2)\,\frac{n^2(n+1)^2}{4} - (1^2 + 2^2 + 3^2 +\ldots+n^2)$$

Задача Муавра. *Возвратный многочлен нечетной степени имеет корень* $x = -1$ *и после деления на* $x + 1$ *дает возвратный многочлен четной степени.*

Требования к школьному образованию предъявляются, в основном, государством, вузами и родителями. При этом государство исходит из того, какие граждане (и какие работники!) будут нужны ему в будущем (т.е. требования к работникам начала XXI века гораздо ниже, чем в 60-е годы прошлого века). Вузы - каких студентов они получат и смогут ли обучить их тем знаниям, которые они предполагают дать. Требования родителей обусловлены тем, что им хотелось бы видеть своего ребенка лучше подготовленным к будущей взрослой жизни.

Приходится признать, что сегодня хороший уровень преподавания математики сохранился в теперь уже немногих школах в очень малой степени усилиями государства, но благодаря энтузиастам учителям, директорам школ и требованиям родителей, при этом и те, и другие были во многом подталкиваемы именно требованиями вузовских вступительных экзаменов.

Надо отметить, что уровень подготовки в различных гимназиях дореволюционной России тоже был различным. Например, учебники [5,7] показывают, что программа по математике для женских институтов и гимназий, учительских семинарий, городских училищ была гораздо меньше, чем для мужских гимназий, коммерческих и реальных училищ. Но уровень требований на вступительных экзаменах вузов оставался высоким. Уже тогда (начало XX века) существовали не только репетиторы, но и подготовительные курсы. Кроме того, издавались книги, из которых можно было получить очень много полезной информации (например, [8]). Указанная хрестоматия А.А.Лямина и сейчас достойна переиздания без особых изменений: и школьники, и учителя найдут в ней очень много интересного.

В сборнике [4], представляющем собой задачник для подготовительных курсов (1911 г.!), авторы отмечают (цитата!):

«Наша группа преследует следующие цели:

1) дать, по возможности, широкой публике понятие о конкурсных экзаменах, их требованиях и о характере спроса;

2) развеять ложный взгляд на то, что для успешного выдержания конкурсного экзамена требуется разобрать только несколько особых вопросов и специальных задач;

3) показать, что для успеха на конкурсе надо провести предварительную широкую математическую подготовку, пройдя весь курс не только без пропусков, но со многими дополнениями к общепринятым учебникам, переделав при этом много задач на всевозможные отделы математики».

В предисловии к [2] его автор инженер путей сообщения (!) П.К.Шмулевич пишет: «... пока гг. экзаменаторы будут изощрять свои способности в придумывании все новых и новых вопросов, до тех пор мне остается только, следя за их требованиями, переделывать свои задачники, приноравливаясь постоянно к новейшим требованиям конкурсных экзаменов». Из чего следует, что и на рубеже XIX и XX веков именно конкурсные экзамены (а не только совещания по утверждению программ) формировали требования к абитуриентам. И нынешние экзаменаторы чаще всего «изощряют свои способности» (и должны это делать!) именно для создания задач, на основании которых станет возможно отделить абитуриента «натасканного» от абитуриента знающего, думающего и умеющего.

Последние преобразования в средней школе приводят к следующему выводу: государство отказывается от обязанности подготовки школьника к поступлению в высшее учебное заведение. Но тогда оно должно честно и прямо это заявить, т.е. признать, что задача, достаточно успешно решаемая во второй половине прошлого века, ему не под силу. Это грустно и, на наш взгляд, неправильно.

Хотя в истории России уже не раз бывало, что на рубеже веков мы «наступали на грабли» (порой одни и те же!), а к середине столетия через революции, войны и шатания, залечив синяки и раны, вновь обретали уверенность в своих силах и предназначении.

К 200-летию со дня рождения М.В. Ломоносова в 1911 г. В.И. Вернадский писал: «Значение сегодняшнего для заключается в том, что русское общество начинает сознавать огромную творческую научную работу, какую оно совершило в своей истории.

*Оно начинает это сознавать потому, что сейчас такого понимания в нем нет*…

То, что пришлось переживать Ломоносову в середине XVIII в., то же приходится переживать нам теперь, в начале XX столетия. Работа М.В. Ломоносова шла в тяжелой обстановке непонимания, нужды и препятствий… На каждом шагу ему приходилось защищать свое достоинство, бороться за равенство русской научной работы с западным творчеством – и приходилось бороться не только с «немцами» Петербургской академии, часть которых его поддерживала, но главным образом с их русскими союзниками во влиятельных кругах правительства и общества.

Прошло почти 150 лет. Совершена русскими учеными колоссальная научная работа. Русская научная мысль стоит сейчас в передовых рядах человечества. А между тем у себя на родине ей приходится сейчас доказывать право на свое существование. Министр народного просвещения (Л.А. Кассо, юрист по образованию, учился в Париже, Гейдельберге, Берлине) при поддержке части общества, считающей себя русской, выдвигает законопроект нового обучения азов у «немцев», основанный на отрицании и незнании вековой научной работы России, принимает ряд мер, невозможных ни в одной стране, дорожащей национальным достоинством…

Едва ли есть сейчас культурная страна, которая бы по сравнению с другими так мало тратила на задачи научной работы, как Россия».

Осталось в этом длинном отрывке заменить цифру 150 на 250, XX столетие – на XXI, «немцев» – на «американцев» и Ф.И.О. министра просвещения, чтобы убедиться почти в пророчестве итоговой фразы известного анекдота: «только бледнолицый брат из далекой России может два раза подряд наступить на одни и те же грабли!»

Можно лишь надеяться, что мы опять прорвемся, но какой ценой?.. И не будет ли слишком поздно [10]?

Наверно надо перестать говорить, что современные школьники не способны воспринимать математику. Надо прислушаться и поверить тем школьным учителям и вузовским преподавателям, которые серьезно работают со всеми школьниками, которые приходят к ним, и добиваются вместе с ними не просто успехов в освоении школьной программы, но и больших успехов в дальнейшем освоении математики в серьезных вузах. И создать условия для их успешной работы. В деле чему учить и как учить большим скачкам и крутым поворотам не место; надо лучше изучать опыт своих предшественников и не стремиться к «славе» Герострата от просвещения.

Инженеры, конструкторы и ученые, дающие положительные заключения о проектах новых типов моста, самолета или химического реактора отвечают за свои решения головой (бывали времена – и в буквальном смысле). К сожалению, в России никто и никогда не отвечал за брак и откровенное прожектерство в реформировании образования или экономики, более того, часто и найти авторов идеи после ее провала было невозможно.

Сегодня складывается впечатление, что во главу угла проводимой теперь уже модернизации образования ставятся не стратегические образовательные, а некие (иногда частные) экономические интересы. При этом сторонники реформ ссылаются на зарубежный опыт, который при серьезном анализе оказывается обычно отрицательным [10]. Неужели нас ничему не научило предыдущее «реформирование» экономики, когда мы были свидетелями того, как бездумно осуществлялись чужие идеи и модели без учета (говоря математическим языком) разных начальных и граничных условий и собственного опыта. Ибо современная экономическая мысль на постсоветском пространстве выявила явную скудость продуманных и осознанных подходов. Отсюда и откровенный плагиат: американский динамизм, западногерманское чудо, японский опыт, шведская модель, китайский вариант и т.д. Подобный обман под лозунгом «хотели, как лучше…» в псевдонаучных формулировках, рассчитанный на неинформированность большинства населения, - явное проявление аморальности. Есть опасность, что нечто подобное повторится и в сфере образования…

**Литература.**


1. История математического образования в СССР. Киев, 1975.
2. Шмулевич П.К. Сборник задач, предлагавшихся на конкурсных экзаменах при поступлении в специальные высшие учебные заведения. Издание седьмое, вновь переработанное. С.-Петербург, 1911.
3. Андрушкевич А. Сборник упражнений и задач по математике. С.-Петербург, 1896 г.
4. Игнатов А.М., Левченко В.В. "Конкурс 1909 года". Сборник вопросов и задач, предлагавшихся на конкурсных экзаменах в 1909 году в московских высших специальных учебных заведениях. Москва, 1909 г.
5. Агапов Д.В. Конспект и справочная книжка по математике. Оренбург,1900 г.
6. Попов Г.Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. ОНТИ, 1938 г.
7. Гебель В.Я. Краткий курс алгебры. Собрание алгебраических задач. Ч.1.Теория. Москва, 1898 г.
8. Лямин А.А. Физико-математическая хрестоматия. Т. 1-3. Москва, 1914.
9. Вернадский В.П. Статьи об ученых и их творчестве. М.: Наука, 1997.
10. Образование, которое мы можем потерять. Сборник статей под ред. В.А.Садовничего. М.: МГУ, 2002.