ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАТОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЧЕРЕПНО-МОЗГОВЫХ ТРАВМАХ

Агапов П. И.

(Россия, Москва)

В статье приведены результаты численного моделирования патологических процессов, происходящих в мозге человека вследствие ударной нагрузки, с помощью методов механики сплошных сред. Сформулирована двумерная модель, качественно описывающая динамику напряжений и деформаций. Рассмотрены некоторые вопросы применения конечно-разностных методов на треугольных неструктурированных сетках применительно к данной задаче.

Введение

Моделирование механических аспектов черепно-мозговой травмы является одной из задач бурно развивающейся сегодня области применения математических методов в медицине и биомеханике, в том числе применения методов механики жидкостей, газов и деформируемого твердого тела для описания процессов, происходящих в теле человека. Интерес к подобным задачам обусловлен принципиальными трудностями в постановке эксперимента в данной области, а также большой сложностью явлений, затрудняющей теоретические исследования.

Постановка задачи

В данной работе ставится задача исследовать на качественном уровне процессы, происходящие в системе череп-мозг при черепно-мозговой травме, с механической точки зрения. При этом повреждения биологических тканей рассматриваются как разрушения в сплошной среде, моделирующей их поведение. Сопоставляя пространственное распределение механических нагрузок того или иного типа с фактическими повреждениями, полученными при данном воздействии, можно выявить критерии повреждаемости тканей мозга и связать их с нагрузками определенного типа (сдвиговые/растягивающие напряжения, линейные/угловые ускорения).

Основные трудности, возникающие в большинстве современных МКЭ моделей ударных воздействий на черепно-мозговой отдел человека, возникают в связи с высокой чувствительностью результата к аккуратному моделированию контактных взаимодействий черепа и мозга, а также к учету различных структурных неоднородностей в мозге. Это дает основание полагать, что применение иных классов численных методов может служить эффективным средством повышения точности существующих моделей. Одним из таких классов является класс сеточно-характеристических методов, известных более аккуратной формулировкой граничных и контактных условий, а также способностью более адекватно описывать сложные волновые картины распространения возмущений в сильно гетерогенной среде. В то же время наличие сложной геометрии свидетельствует о необходимости обобщения и распространения существующих сеточно-характеристических методов на случай нерегулярных сеток.

Математическая модель деформируемого твердого тела

В данной работе использовались двумерные модели черепно-мозгового отдела человека, построенные для сагиттального и трансверсального сечений. Простейшей используемой моделью являлась двухкомпонентная модель (рис. 1.а). Ткани кости и мозга описывались однородными изотропными материалами, имеющими усредненные механические свойства. Внешняя нагрузка задавалась в виде соударения системы череп-мозг с абсолютно жесткой неподвижной преградой с заданной начальной скоростью (3 м/с).

Известно, что большой вклад в формирование волновой картины распространения возмущений в упругой среде вносят неоднородности. Поэтому модель (1.а) получила дальнейшее развитие в виде трехкомпонентной модели, включающей, помимо кости и мозга, еще желудочки.

Мембраны твердой мозговой оболочки (dura mater) оказывают сдерживающее влияние на перемещения мозга внутри черепной коробки. Поэтому впоследствии было принято решение ввести в модель falx cerebri, вертикальную мембрану, разделяющую полушария в теменной области.

Реологические свойства биоматериалов также подвергались модификации. Так, реология мозгового вещества менялась от идеальноупругой до вязкоупругой. Кость моделировалась идеальноупругим материалом со средними свойствами пластинчатой и губчатой кости. Желудочки представлялись квазижидкостью – вязко-упругим материалом с модулем сдвига, близким к нулю.

Моделирование взаимодействия между черепом и мозгом является очень сложной задачей ввиду того, что в действительности мозг имеет большое количество различных по механическим свойствам (многие из которых до сих пор неизвестны) оболочек, складчатых структур, врастающих друг в друга, с полостями, заполненными ликвором (цереброспинальной жидкостью). В данной работе применялся метод явного выделения контактного разрыва с контактными условиями, которые варьировались от полного слипания до скольжения с возможностью отслоения.

Для математического моделирования волновых процессов в деформируемом твердом теле использовалась система динамических уравнений [3] в виде

$$\begin{aligned} &\rho \dot{v}_i = \nabla_j \sigma_{ij} \text{ (уравнения движения)},\\ &\dot{\sigma}_{ij} = q_{ijkl}\, \dot{\varepsilon}_{kl} + F_{ij} \text{ (реологические соотношения)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность среды, v_i — компоненты скорости смещения, σ_{ij}, ε_{ij} — компоненты тензоров напряжения и деформаций, ∇_j — ковариантная производная по j-й координате, F_{ij} — добавочная правая часть.

Вид компонент тензора 4-го порядка q_{ijkl} определяется реологией среды. Для линейно-упругого тела

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \cdot$$

В этом соотношении, которое обобщает закон Гука, λ и μ — параметры Ляме, δ_{ij} — символ Кронекера.

Плотность определяется из уравнения состояния

$\rho = \rho_0 e^{(p/K)}$,

где $p = -\frac{1}{3}\sum \sigma_{kk}$ — давление, $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ — коэффициент всестороннего сжатия.

Уравнения (0) допускают запись в матричной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{u} + A_1 \frac{\partial}{\partial x_1}\vec{u} + A_2 \frac{\partial}{\partial x_2}\vec{u} = \vec{f} \cdot \qquad (2)$$

Здесь $\vec{u} = (v_1, v_2, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, \sigma_{33})^T$ — вектор искомых функций, $\vec{f}$ — вектор правых частей той же размерности, A_i — матрицы 6×6, явный вид которых приведен в [4], x_1, x_2 — независимые пространственные переменные, t — время.

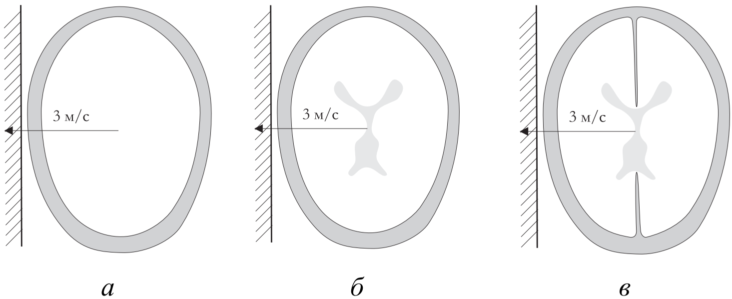


Рис. 1. Двумерные модели черепно-мозгового отдела: *а* – двухкомпонентная модель, *б* – модель с желудочками, *в* – модель с желудочками и falx cerebri

Численный метод

Для численного интегрирования гиперболической системы уравнений (2) был использован сеточно-характеристический метод [4] на четырехугольных структурированных и треугольных неструктурированных сетках. Разностная схема во внутренних узлах сетки имеет вид

$$u^{n+1} = u^n + \tau(\vec{f} + \vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot \qquad (3)$$

Здесь $\vec{f}$, $\vec{d}_1$, $\vec{d}_2$ — составляющие приращения искомого вектора, соответствующие правой части и двум пространственным направлениям. Верхний индекс соответствует шагу по времени.

Величины $\vec{d}_i$ в формуле (3) аппроксимируют пространственные слагаемые уравнения (2)

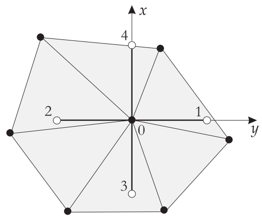


Рис. 2. Реконструкция структурированного шаблона на треугольной сетке

$$\vec{d}_i \sim A_i \tfrac{\partial}{\partial x_i}\vec{u} \cdot$$

Если умножить это выражение слева на левый собственный вектор $\vec{\omega}$ матрицы A_i, соответствующий значению λ, получим

$$\vec{\omega}^T \, \vec{d}_i \sim \lambda \, \vec{\omega}^T \tfrac{\partial}{\partial x_i}\vec{u} \cdot$$

В случае явной схемы Куранта–Изаксона–Риса [5], имеющей порядок $O(\tau, h)$, на структурированной сетке величины $\vec{d}_i$ определяются из соотношений

$$\vec{\omega}^T \, \vec{d}_i = |\lambda| \, \vec{\omega}^T \frac{(\vec{u}_{\pm 1} - \vec{u})}{h_i}, \tag{4}$$

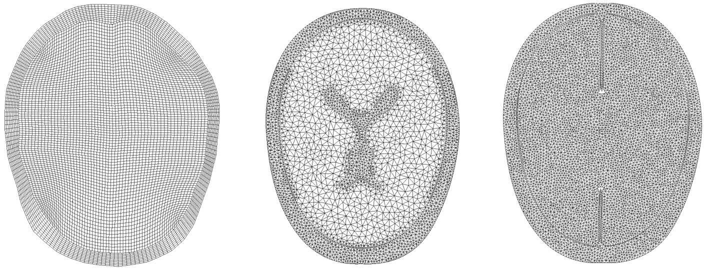
где $\vec{u}_{\pm 1}$ — значение в соседнем расчетном узле по данному направлению в зависимости от знака λ (предыдущем при $\lambda > 0$ и следующем при $\lambda < 0$). Система уравнений (4) для различных $\vec{\omega}$ и λ используется для определения $\vec{d}_i$.

Трудности с построением разностных схем на неструктурированных сетках связаны с тем, что у расчетного узла в такой сетке не имеется фиксированных соседей по координатным направлениям. Для аппроксимации пространственных производных используются значения в произвольно расположенных соседних узлах. С каждым расчетным узлом связан набор треугольников, содержащих его в качестве вершины, которые можно рассматривать как «неструктурированный шаблон». В данной работе реализован метод, позволивший производить расчет на неструктурированном шаблоне с использованием описанных выше разностных схем для структурированных шаблонов. Можно заметить, что двумерный пятиточечный шаблон, характерный для всех приведенных схем, сводится к заданию линейной аппроксимации сеточной функции (ее градиента) вдоль четырех координатных направлений. Поэтому для применения «структурированных» схем к неструктурированному шаблону достаточно вычислить градиенты с помощью линейной интерполяции по трем точкам внутри треугольников, содержащих соответствующие направления (рис. 2; на рисунке цифрами обозначены точки «виртуального» пятиточечного шаблона).

В настоящей работе для расчета внутренних узлов наряду с монотонной схемой первого порядка (4) использованы гибридная и гибридизированная схемы [5], сочетающие достоинства схем первого (отсутствие нефизичных осцилляций) и второго (меньшее размазывание фронта возмущений) порядка. Гибридизированная схема является линейной комбинацией схем первого и второго порядка, коэффициенты которой постоянны и определяются экспериментально, в то время как в гибридной схеме переключение между первым и вторым порядком происходит локально в зависимости от свойств решения.

Реализованная программная архитектура допускает взаимодействие нескольких криволинейных тел с выделением и аккуратным расчетом контактных границ. Техника расчета граничных узлов, а также узлов, участвующих в расчете контактных разрывов на границе соприкасающихся физических тел, подробно описана в [6].

Структурированные расчетные сетки (рис. 3-*а*) были построены с использованием идей, изложенных в [7]. Для ускорения сходимости соответствующих процессов минимизации был разработан алгоритм построения начального приближения по заданным криволинейным границам области Треугольные сетки (рис. 3-*б,в*) были построены с помощью программы **triangle** (автор Jonathan Richard Shewchuk).



а *б* *в*

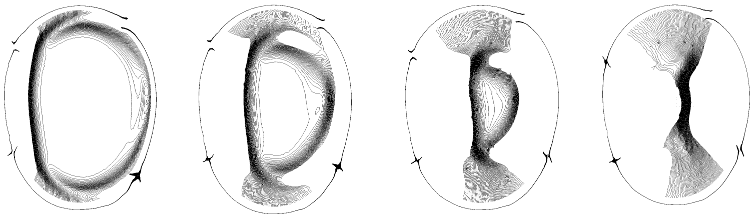
Рис. 3. Расчетные сетки: *а* – двухкомпонентная модель, *б* – модель с желудочками, *в* – модель с мембраной

Результаты расчетов

На рис. 4 представлены некоторые результаты расчетов. Изображены изолинии давления для удара со скоростью 1 м/с в пределах ± 0.1 атм. Для верификации критериев повреждения мозга по каждому проведенному расчету строилось агрегированное по времени распределение пиковых нагрузок, в котором для каждой величины, ответственной за тот или иной тип разрушения, в каждой точке вычислялся максимум по всему времени интегрирования.

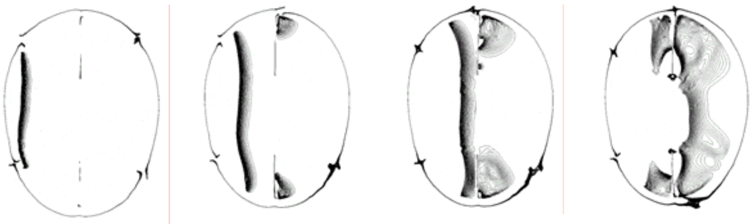
По результатам сравнения расчетных данных с клиническими данными по 6 пациентам, получившим черепно-мозговые травмы различной тяжести, значимых закономерностей выявлено не было. При уменьшении площади соударения (аналог удара острым предметом) наблюдается область концентрации сдвиговых напряжений, примерно совпадающая с очагом гематомы в 3 случаях. Зависимость между наличием повреждений в области противоудара и концентрацией отрицательных давлений не наблюдается.

Двухкомпонентная модель (полное слипание)



1,25 мс 2,5 мс 3,75 мс 5 мс

Модель с мембраной (свободное скольжение с отрывом)



1,25 мс 2,5 мс 3,75 мс 6 мс

Рис. 4. Изолинии давления для различных моментов времени (удар слева)

Список литературы:

1. Агапов П. И., Петров И. Б., Обухов А. С., Челноков Ф. Б. Численное решение динамических задач биомеханики сеточно-характеристическим методом. / Сборник РАН «Компьютерные модели и прогресс медицины». — М.: Наука, 2001, с. 275 – 300.
2. Регирер С.А. Лекции по биологической механике. — М.: МГУ, 1980.
3. Новацкий В.К. Теория упругости. — М.: Мир, 1975.
4. Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы. — М.: Наука, 1988.
5. Петров И.Б., Холодов А.С. О регуляризации разрывных численных решений уравнений гиперболического типа // Журнал вычислительной механики и математической физики. 1984. Т. 24. № 8. С. 1172–1188.

6. Агапов П.И., Петров И.Б., Челноков Ф.Б. Численное исследование задач механики деформируемого твердого тела в неоднородных областях интегрирования. / Обработка информации и моделирование. — М.: МФТИ, 2002. С. 148 – 157.
7. Иваненко С. А., Чарахчьян А. А. Криволинейные сетки из выпуклых четырехугольников // Журнал вычислительной механики и математической физики. 1988. Т. 28. № 4. С. 503 – 514.

NUMERICAL MODELING OF PATHOLOGICAL PROCESSES IN CASES OF CRANIAL INJURY

Agapov P.

(Russia, Moscow)

This article presents some results of numerical modeling of pathological processes evolving in the human head due to impact loads, by means of methods of the continuum mechanics. A two-dimensional model is formulated, which describes in a qualitative way the stress/strain dynamics. Some aspects concerning application of finite-difference numerical methods on unstructured triangular meshes are discussed with respect to the given problem.