НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА КУБА В БЕСКОНЕЧНОМЕРНОМ ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Кузнецов А.В.

Санкт-Петербургский Государственный университет, Россия, 199034, Университетская наб., д. 7/9, +7911 1335199, AndreyVKuznetsoff@gmail.com

Проработка аксиоматики и непротиворечивости теории множеств принадлежит П. Коэну: им получены некоторые общие доказательства непротиворечивости некоторых аксиоматик теории множеств [1]. В то же время, в данном разделе математики существует немало парадоксов, и их источником является теорема Кантора. Одним из примеров таких парадоксов может служить существование неизмеримых множеств [2]. А так как, по оценке академика Ю.В. Матиясевича, из теории множеств выводится 99,9% всех теорем современной математики, эти парадоксы могут иметь слабо предсказуемые следствия в различных областях математической науки.

Попытки показать некорректность доказательства теоремы Кантора через демонстрацию некорректности переноса метода справедливого для конечной матрицы на бесконечную матрицу, или через иные логические «ошибки» [3] не нашли поддержки. В целом, все попытки доказательства несостоятельности построения несчётного множества используемого в данной теореме, сводились к попытке прямого указания на не очевидные логические ошибки. Поэтому, пример прямого и очевидного противоречия, основанного на применении теоремы Кантора или прямых следствий из неё в рамках аксиоматики теории ZF (в частности ZF+AC) будет более показательным.

Одно из таких фундаментальных противоречий может быть продемонстрировано на следующем примере. Рассмотрим бесконечномерный куб с единичной стороной в бесконечномерном гильбертовом пространстве. Обозначим координаты его вершин множеством {A}. Элементы {A} представляют собой все возможные произвольные бесконечные наборы нулей и единиц, т.о. оно представляет собой несчётное множество в соответствии с теоремой Кантора. В тоже время множество его вершин является подмножеством множества $\{B\} = N^n$ (где $n \to \infty$, т.е. счётного топологического произведения счётных множеств), и, {A}, как собственное подмножество {B}, по мощности не может превосходить {B}.

Множество Кантора также может быть представлено через бесконечномерный куб, со стороной 2, тогда множество бесконечных наборов нулей и двоек будет выражать множество точек множества Кантора в троичной системе исчисления.

Литература

1. *Коэн П. Дж.,* Теория множеств и континуум-гипотеза. – Либроком, 2010 г.
2. *Шилов Г. Е.,* Математический анализ. Специальный курс. - М.: Наука, 1965 г., 161 стр.
3. *Зенкин А.А.,* Ошибка Георга Кантора //*Вопросы философии*, номер 2, 2000, Стр. 165-168.