

## АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИНХРОННЫХ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ СХЕМ

Яшин А.Д.

127051, Россия, Москва, ул. Сретенка, д.29, МГППУ

2-Мерная переключательная схема —  $n^2$  круговых  $t$ -позиционных переключателей в узлах плоской решётки  $n \times n$ . При повороте одного переключателя так же поворачиваются все, расположенные с ним в одной горизонтали и одной вертикали. Состояние схемы — матрица состояний всех её переключателей. Задача управления схемой: из данного состояния получить нужное воздействиями на переключатели. Схема управляема, если из любого исходного состояния можно получить любое требуемое. Аналогично определяется 3-мерная схема:  $t$ -позиционные круговые переключатели располагаются в узлах кубической решётки  $n \times n \times n$ . Синхронизация по вертикали, горизонтали и фронтально. При каких соотношениях между  $t$  и  $n$  указанные выше схемы управляемы? Как найти нужную последовательность воздействий на схему для получения требуемого состояния из исходного? **Теорема 1.** 2-Мерная схема управляема  $t$  и т.т., когда  $t$  взаимно просто с числами  $n - 1$  и  $2n - 1$ . 3-мерная схема управляема  $t$  и т.т., когда  $n > 2$  и  $t$  взаимно просто с числами  $2, n - 2, n - 1$  и  $3n - 2$ . Явное отыскание управляющих воздействий основано на обращении линейных операторов специального вида. Для 2-мерной схемы  $F(X) = -X + UX + XU$  на модуле  $Mat_n[\mathbb{Z}_m]$  квадратных матриц порядка  $n$  над кольцом вычетов  $\mathbb{Z}_m$ , где  $U$  — матрица из единиц. Для 3-мерной схемы  $F(X) = V \circ X + X \circ V - X \times V - 2X$ . Здесь  $\circ$  и  $\times$  — фронтально-послойное и вертикально-послойное произведения кубических матриц соответственно,  $V$  — кубическая матрица из единиц. Оператор действует на модуле кубических матриц над кольцом  $\mathbb{Z}_m$ . **Теорема 2 [2-мерная схема].** В условии управляемости при  $t = 2$   $F^{-1}(X) = F(x)$ ; при  $t > 2$   $F^{-1}(X) = (-1 + n' + n'')X + (n' + n'' - n'n'')F(X) - n'n''F^2(X)$ , где  $n'$  и  $n''$  — обратные к  $n - 1$  и  $2n - 1$  соответственно в кольце  $\mathbb{Z}_m$ . **Теорема 3 [3-мерная схема].** В условии управляемости  $F^{-1}(X) = a_0X + a_1F(X) + a_2F^2(X) + a_3F^3(X)$ , где коэффициенты  $a_i$  явно вычисляются через обратные к  $n - 2, n - 1, 3n - 2, 2$  в кольце  $\mathbb{Z}_m$ .